NTMF036

INTERPRETACE KVANTOVÉ MECHANIKY

Shrnutí 3. přednášky

Pavel Krtouš

Shrnutí formalismu

- kvantový stav
  - maximální možná znalost systému
  - $|\text{stav}\rangle$ – vektor v Hilbertově prostoru

- kvantová pozorovatelná
  - kóduje výsledné hodnoty a stavy měření kompatibilních vlastností
  - $\hat{A}$ – hermitovský operátor

$$\hat{A} = \sum_a a\,\hat{P}_a \quad \leftrightarrow \quad \text{projektory } \hat{P}_a \text{ odpovídající hodnotám } a \in I$$

- střední hodnota pozorovatelné $\hat{A}$ pro stav $|\text{stav}\rangle$

$$\langle \text{stav}|\hat{A}|\text{stav}\rangle$$

Vývoj systému

- proces I – volný vývoj

$$|\mathrm{st}\ t_0\rangle \qquad \rightarrow \qquad |\mathrm{st}\ t_0\rangle = \hat{U}(t|t_0)|\mathrm{st}\ t_0\rangle$$

- proces II – redukce (kolaps) stavu

$$|\mathrm{st}\rangle \qquad \rightarrow \qquad \left\{ \begin{array}{lcl} |\mathrm{red}\ a\rangle = \hat{P}_a|\mathrm{st}\rangle & a & p(a) = \langle \mathrm{st}|\hat{P}_a|\mathrm{st}\rangle \\ & \vdots & \\ & \vdots & \end{array} \right.$$

Statistická směs

- ***směs*** = statistický soubor kvantově rozlišitelných
ale klasicky nerozlišovaných stavů

$$\mathcal{S} = \{|\mathrm{st}\ 1\rangle, |\mathrm{st}\ 2\rangle, |\mathrm{st}\ 3\rangle, \ldots\} \qquad p_k = \langle \mathrm{st}\ k | \mathrm{st}\ k\rangle$$

- měření bez čtení výsledku

$$|\mathrm{stav}\rangle \quad \rightarrow \quad \mathcal{R} = \{\, |m\rangle\langle m|\mathrm{stav}\rangle \,\}_{m\in I}$$

- střední hodnota pozorovatelné pro směs $\mathcal{S}$

$$\langle \hat{A}\rangle = \sum_k \langle \mathrm{st}\ k|\hat{A}|\mathrm{st}\ k\rangle \qquad \text{– vážený průměr středních hodnot}$$

Efektivní popis statistické směsi

- střední hodnota pozorovatelné pro směs $\mathcal{S}$

$$\langle \hat{A} \rangle = \mathrm{Tr}\left(\hat{A}\,\widehat{D}\right)$$

- směs $\mathcal{S}$ popsaná *operátorem hustoty*

$$\widehat{D} = \sum_k |\mathrm{st}\ k\rangle\langle \mathrm{st}\ k| \qquad \text{normalizace:} \quad p(k) = \langle \mathrm{st}\ k|\mathrm{st}\ k\rangle$$

Efektivní popis statistické směsi

- směs $\mathcal{S}$ popsaná *operátorem hustoty*

$$\hat{D} = \sum_k |\text{st } k\rangle\langle\text{st } k| \qquad \text{normalizace:} \quad p(k) = \langle\text{st } k|\text{st } k\rangle$$

- vztah směsi $\mathcal{S}$ a operátoru hustoty není jednoznačný

$$\begin{matrix} \{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\} \\ \\ \{|\rightarrow\rangle, |\leftarrow\rangle\} \end{matrix} \quad \leftrightarrow \quad \hat{D} = \frac{1}{2}\hat{\mathbb{1}}$$

(stavy normalizované na $p = \frac{1}{2}$)

- jedná se pouze o *efektivní* popis

Speciální případy

- *čistý stav* – s jistotou máme stav $|\mathrm{st}\rangle$

$$\hat{D} = |\mathrm{st}\rangle\langle\mathrm{st}| \qquad (p = \langle\mathrm{st}|\mathrm{st}\rangle = 1)$$

- *úplná neznalost* – stejná pravděpodobnost všech stavů

$$\hat{D} = \frac{1}{N}\hat{\mathbb{1}}$$

N – dimenze prostoru = počet kompatibilních stavů

Speciální případy

- *čistý stav* – s jistotou máme stav $|\mathrm{st}\rangle$

$$\hat{D} = |\mathrm{st}\rangle\langle\mathrm{st}| \qquad\qquad S = 0$$

- *úplná neznalost* – stejná pravděpodobnost všech stavů

$$\hat{D} = \frac{1}{N}\hat{\mathbb{1}} \qquad\qquad S = \log N$$

N – dimenze prostoru = počet kompatibilních stavů

- míra neznalosti – *entropie* směsi

$$S = -\operatorname{Tr}\left(\hat{D}\log\hat{D}\right)$$

Obecné kvantové měření

- báze kompatibilních podprostorů $\mathcal{H}_a$ s projektory $\hat{P}_a$
- proces měření – kolaps kvantového stavu
  - před měřením:

$$|\mathrm{st}\rangle$$

  - po měření:

výsledek	*pravděpodobnost*	*výsledný stav*
a	$p(a) = \langle \mathrm{st} \vert \hat{P}_a \vert \mathrm{st} \rangle$	$\vert \mathrm{red}\ a \rangle = \hat{P}_a \vert \mathrm{st} \rangle$

Obecné kvantové měření

- báze kompatibilních podprostorů $\mathcal{H}_a$ s projektory $\hat{P}_a$
- proces měření – kolaps směsi
  - před měřením:

$$\hat{D}$$

  - po měření:

výsledek	*pravděpodobnost*	*výsledný stav*
a	$p(a) = \mathrm{Tr}\left(\hat{P}_a \hat{D}\right)$	$\hat{D}_{\mathrm{red}\ a} = \hat{P}_a \hat{D} \hat{P}_a$

Obecné kvantové měření

- báze kompatibilních podprostorů $\mathcal{H}_a$ s projektory $\hat{P}_a$
- proces měření – kolaps směsi
  - před měřením:

$$\hat{D}$$

  - po měření:

výsledek	*pravděpodobnost*	*výsledný stav*
a	$p(a) = \mathrm{Tr}\left(\hat{P}_a \hat{D}\right)$	$\hat{D}_{\mathrm{red}\ a} = \hat{P}_a \hat{D} \hat{P}_a$

  - po měření bez čtení výsledku:

$$\hat{D}_{\mathrm{red}} = \sum_a \hat{P}_a \hat{D} \hat{P}_a$$

Skládání systémů – stavy

‚svět‘ skládající se ze dvou podsystémů (systém $\mathscr{s}$ a přístroj $\mathscr{a}$)

- nekorelované stavy

$$|\mathscr{s}{:}\nearrow\rangle|\mathscr{a}{:}-\rangle$$

- korelované stavy

$$\alpha_{\uparrow}\,|\mathscr{s}{:}\uparrow\rangle\,|\mathscr{a}{:}\dot{-}\rangle \;+\; \alpha_{\downarrow}\,|\mathscr{s}{:}\downarrow\rangle\,|\mathscr{a}{:}\underset{\cdot}{-}\rangle$$

- obecný případ

$$\sum_{m,\mu}\alpha_{m,\mu}\,|\mathscr{s}{:}\,m\rangle\,|\mathscr{a}{:}\,\mu\rangle$$

Skládání systémů – pozorovatelné

‚svět' skládající se ze dvou podsystémů (systém $\mathcal{s}$ a přístroj $\mathcal{a}$)

- pozorovatelné na $\mathcal{s}$

$$\hat{A} = \hat{A}_{\mathcal{s}} \otimes \hat{\mathbb{1}}_{\mathcal{a}}$$

- pozorovatelné na $\mathcal{a}$

$$\hat{B} = \hat{\mathbb{1}}_{\mathcal{s}} \otimes \hat{B}_{\mathcal{a}}$$

- obecná pozorovatelná – není součinového typu!

$$\hat{Q} = \sum_{m,\mu} \hat{A}_{\mathcal{s}m} \otimes \hat{B}_{\mathcal{a}\mu}$$